

Universidad de Buenos Aires		Facultad de Ingeniería		
2º Cuatrimestre 2009	75.12 - Análisis Numérico I. Curso 008	Parcial. Segunda Oportunidad.	Tema 1	Nota
Padrón:	Apellido y Nombres			

Ejercicio 1. Los datos de la tabla se han obtenido buscando una raíz para $f(x) = a \cdot \cos(x) + b \cdot x \cdot \sin(x^2) + c \cdot \cos(x^2)$ mediante el método de Steffensen, usando la función de punto fijo $g(x) = x + f(x)$. Se pide:

	i	pi	g(pi)	Steffensen
0	0	2,00000	1,41051	?
	1	1,41051	1,31557	
	2	1,31557		
1	0	?	1,37737	ND
	1	1,37737	ND	
	2	ND		

$$A = \begin{vmatrix} -0,416147 & -1,513605 & -0,653644 \\ -0,991892 & -4,315851 & -0,900668 \\ -0,146085 & -0,224437 & -0,765699 \end{vmatrix}$$

$$B = \begin{vmatrix} -0,589487 \\ -1,084028 \\ -0,509457 \end{vmatrix} \quad \text{Usar A y B solamente si no puede resolver el punto (b)}$$

- Obtener el valor de la primera aproximación de la raíz por el método de Steffensen
- Construir un Sistema de Ecuaciones Lineales que permita obtener los valores de las constantes a, b y c
- Sabiendo que el número de condición de la matriz A del SEL es $k(A) = 99,4$, estimar $\|A^{-1}\|$
- Realizar dos iteraciones mediante el método de Gauss-Seidel para resolver el sistema hallado en (b)
- Indicar bajo qué criterio de corte adoptaría como solución del SEL la aproximación hallada en (d)

Ejercicio 2. A partir de los datos de la tabla se han generado dos polinomios de Newton, dos polinomios de Spline, un polinomio de Lagrange Baricéntrico y un polinomio por Cuadrados Mínimos.

i	x	y
0	?	?
1	?	?
2	5	?
3	6	?
4	7	?
5	?	?

PN1(x) = ? + ND (x-x0) + 0,0625 (x-x0)(x-x1) + 0,0875 (x-x0)(x-x1)(x-x2)
PN2(x) = 5 + ND (x-x3) + 0,5 (x-x3)(x-x2) + ND (x-x3)(x-x2)(x-x1)
S0(x) = 1,5 + ND (x-x0) + 0 (x-x0)(x-x0) + ND (x-x0)(x-x0)(x-x0)
S1(x) = 2 + 0,375 (x-x1) + 0,09375 (x-x1)(x-x1) + 0,375 (x-x1)(x-x1)(x-x1)

$A = \begin{vmatrix} 5 & 22 \\ 22 & ND \end{vmatrix}$	$B = \begin{vmatrix} 17,5 \\ ND \end{vmatrix}$	$W3 = -0,111111$	(3 puntos: x1,x3,x5)
		$PLB(x4) = 5,777778$	

- Indique el grado y los puntos utilizados en cada caso (los puntos se usaron ordenados, salvo en LB)
- Obtenga al menos un valor de xi y uno de yi a partir de las expresiones de Newton
- Obtenga al menos un valor de xi a partir de las expresiones de Cuadrados Mínimos
- Obtenga al menos tres valores de yi a partir de las expresiones de Spline
- Obtenga al menos un valor de yi a partir de las expresiones de Cuadrados Mínimos
- Obtenga al menos un valor de xi y uno de yi a partir de las expresiones de Lagrange Baricéntrico

Ejercicio 3. La cota del error absoluto total del método del punto medio de integración numérica ($A = 2 \cdot h \cdot y_0$) está dada

por la siguiente expresión:
$$e_A = A \cdot \left[\frac{|e_h|}{|h|} + \frac{|e_{y_0}|}{|y_0|} + \mu_1 \right] + \left| \frac{f^{(2)}(\xi)}{3} \right| h^3$$
 Determine los coeficientes C_p y T_e , e indique qué representa el término adicional.

Firma

Universidad de Buenos Aires		Facultad de Ingeniería		
2º Cuatrimestre 2009	75.12 - Análisis Numérico I. Curso 008	Parcial. Segunda Oportunidad.	Tema 2	Nota
Padrón:	Apellido y Nombres			

Ejercicio 1. Los datos de la tabla se han obtenido buscando una raíz para $f(x) = a \cdot \cos(x) + b \cdot x \cdot \sin(x^2) + c \cdot \cos(x^2)$ mediante el método de Steffensen, usando la función de punto fijo $g(x) = x + f(x)$. Se pide:

	i	pi	g(pi)	Steffensen
0	0	2,00000	1,35564	?
	1	1,35564	1,40299	
	2	1,40299		
1	0	?	1,37857	ND
	1	1,37857	ND	
	2	ND		

$$A = \begin{vmatrix} -0,416147 & -1,513605 & -0,653644 \\ -1,045794 & -4,334828 & -1,043483 \\ -0,245933 & -0,218169 & -1,032447 \end{vmatrix}$$

$$B = \begin{vmatrix} -0,644360 \\ -1,336071 \\ -0,665538 \end{vmatrix} \quad \text{Usar A y B solamente si no puede resolver el punto (b)}$$

- Obtener el valor de la primera aproximación de la raíz por el método de Steffensen
- Construir un Sistema de Ecuaciones Lineales que permita obtener los valores de las constantes a, b y c
- Sabiendo que el número de condición de la matriz A del SEL es $k(A) = 282,8$, estimar $\|A^{-1}\|$
- Realizar dos iteraciones mediante el método de Gauss-Seidel para resolver el sistema hallado en (b)
- Indicar bajo qué criterio de corte adoptaría como solución del SEL la aproximación hallada en (d)

Ejercicio 2. A partir de los datos de la tabla se han generado dos polinomios de Newton, dos polinomios de Spline, un polinomio de Lagrange Baricéntrico y un polinomio por Cuadrados Mínimos.

i	x	y
0	?	?
1	?	?
2	5	?
3	6	?
4	7	?
5	?	?

$$\begin{aligned} \text{PN1}(x) &= ? + \text{ND} (x-x_0) + 0,0625 (x-x_0)(x-x_1) + 0,0875 (x-x_0)(x-x_1)(x-x_2) \\ \text{PN2}(x) &= 6 + \text{ND} (x-x_3) + 0,5 (x-x_3)(x-x_2) + \text{ND} (x-x_3)(x-x_2)(x-x_1) \\ \text{S0}(x) &= 2,5 + \text{ND} (x-x_0) + 0 (x-x_0)(x-x_0) + \text{ND} (x-x_0)(x-x_0)(x-x_0) \\ \text{S1}(x) &= 3 + 0,375 (x-x_1) + 0,09375 (x-x_1)(x-x_1) + 0,375 (x-x_1)(x-x_1)(x-x_1) \end{aligned}$$

$$A = \begin{vmatrix} 5 & 17 \\ 17 & \text{ND} \end{vmatrix} \quad B = \begin{vmatrix} 22,5 \\ \text{ND} \end{vmatrix} \quad \begin{aligned} \text{W3} &= -0,111111 \\ \text{PLB}(x_4) &= 7,444444 \end{aligned} \quad (3 \text{ puntos: } x_1, x_3, x_5)$$

- Indique el grado y los puntos utilizados en cada caso (los puntos se usaron ordenados, salvo en LB)
- Obtenga al menos un valor de x_i y uno de y_i a partir de las expresiones de Newton
- Obtenga al menos un valor de x_i a partir de las expresiones de Cuadrados Mínimos
- Obtenga al menos tres valores de y_i a partir de las expresiones de Spline
- Obtenga al menos un valor de y_i a partir de las expresiones de Cuadrados Mínimos
- Obtenga al menos un valor de x_i y uno de y_i a partir de las expresiones de Lagrange Baricéntrico

Ejercicio 3. La cota del error absoluto total del método del trapecio de integración numérica ($A = \frac{h}{2} [y_0 + y_1]$) está dada

por la siguiente expresión:
$$e_A = A \cdot \left\{ \left[\frac{|e_{y_0}| + |e_{y_1}|}{|y_0 + y_1|} + \frac{|e_h|}{h} \right] + [\mu_1 + \mu_2 + \mu_3] \right\} + \left| \frac{f^{(2)}(\xi)}{12} \right| h^3$$
 Determine los coeficientes C_p

y T_e , e indique qué representa el término adicional.

Firma